Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Escola de Engenharia

Sistemas de Controle 1

Cap2 - Modelagem no Domínio de Frequência

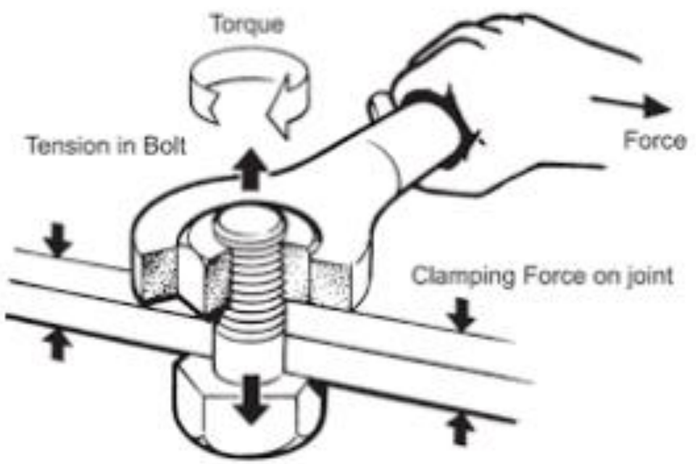
Prof. Filipe Fraga

Sistemas de Controle 1

2.6 Funções de Transferência de Sistema Mecânico em Rotação

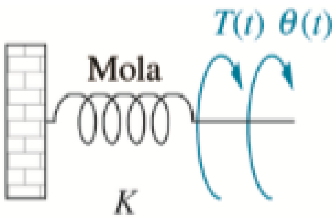
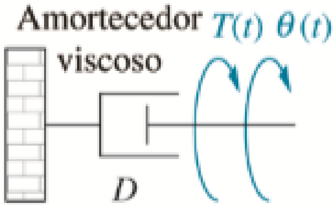
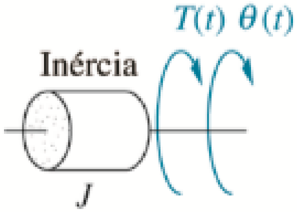
<u>Diferenças com relação ao Sistema mecânico em translação:</u>

- Torque substitui Força
- Deslocamento angular substitui deslocamento de translação
- Termo massa é substituído por inércia



2.6 Funções de Transferência de Sistema Mecânico em Rotação

TABELA 2.5 Relações rotacionais torque-velocidade angular, torque-deslocamento angular e impedância para molas, amortecedores viscosos e inércia

Componente	Torque-velocidade angular	Torque-deslocamento angular	Impedância $Z_M(s) = T(s)/\theta(s)$
	$T(t) = K\int_0^t \omega(\tau)d\tau$	$T(t) = K\theta(t)$	K
	$T(t) = D\omega(t)$	$T(t) = D\dfrac{d\theta(t)}{dt}$	Ds
	$T(t) = J\dfrac{d\omega(t)}{dt}$	$T(t) = J\dfrac{d^2\theta(t)}{dt^2}$	Js^2

Observação: o seguinte conjunto de símbolos e unidades é utilizado neste livro: $T(t)$ — N·m (newton·metro), $\theta(t)$ — rad (radianos), $\omega(t)$ — rad/s (radiano/segundo), K — N·m /rad (newton·metro/radiano), D — N·m·s/rad (newton·metro·segundo/radiano), J — kg·m^2 (quilograma·metro^2 = newton·metro·segundo^2/radiano).

2.6 Funções de Transferência de Sistema Mecânico em Rotação

Exemplo 2.19

Função de transferência — duas equações de movimento

Obter a função de transferência, $\theta_2(s)/T(s)$, para o sistema em rotação mostrado na Fig. 2.22(a). O eixo elástico é suspenso por meio de mancais em cada uma das extremidades e é submetido a torção. Um torque é aplicado à esquerda e o deslocamento angular é medido à direita.

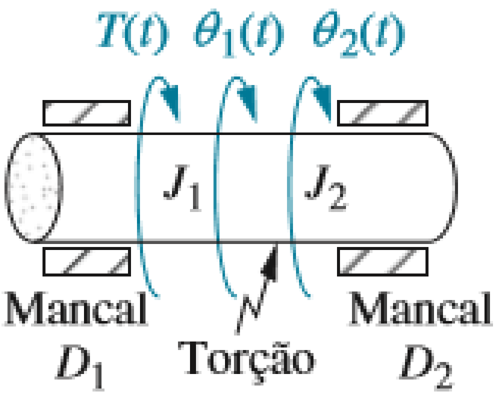
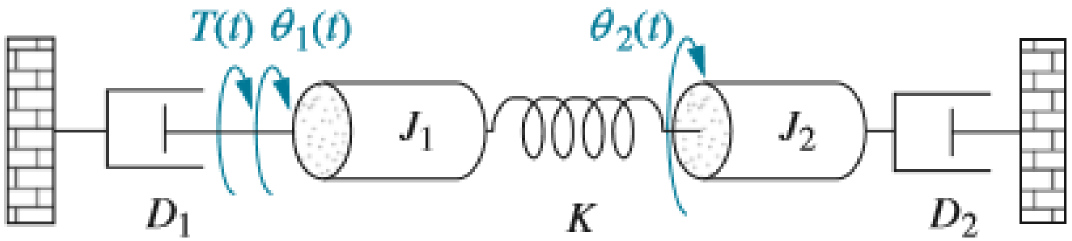


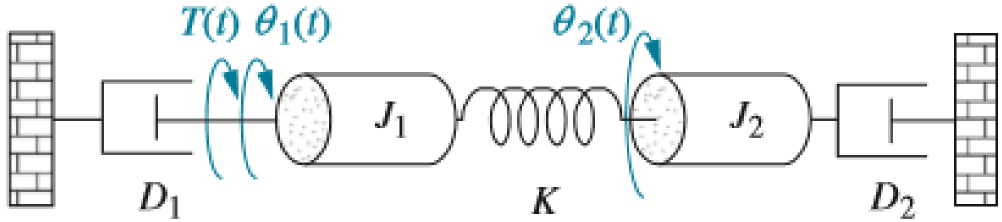
Diagrama:



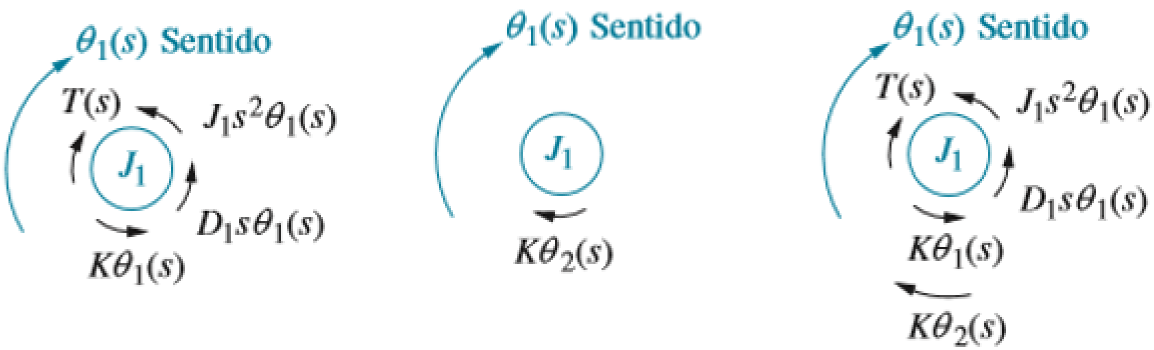
2.6 Funções de Transferência de Sistema Mecânico em Rotação

Exemplo 2.19

Diagrama:



Analisando J1:



<u>Torques em J1</u>
- Giro em J1
- J2 fixo

<u>Torques em J1</u>
- Giro em J2
- J1 fixo

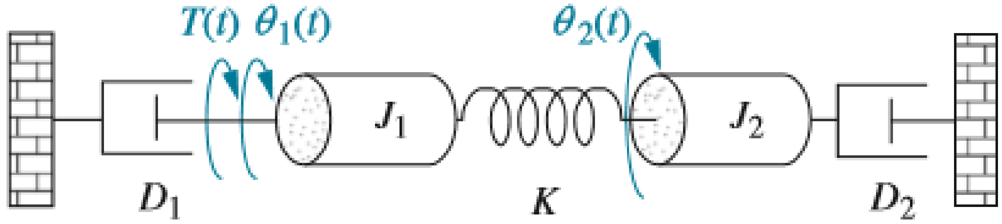
Superposição dos torques

Equacionamento: $(J_1 s^2 + D_1 s + K)\,\theta_1(s) \quad - K\theta_2(s) = T(s)$

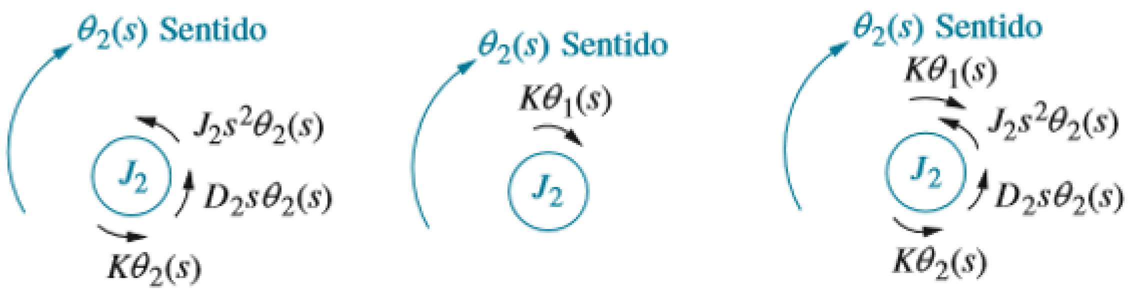
2.6 Funções de Transferência de Sistema Mecânico em Rotação

Exemplo 2.19

Diagrama:



Analisando J2:



<u>Torques em J2</u>
- Giro em J2
- J1 fixo

<u>Torques em J2</u>
- Giro em J1
- J2 fixo

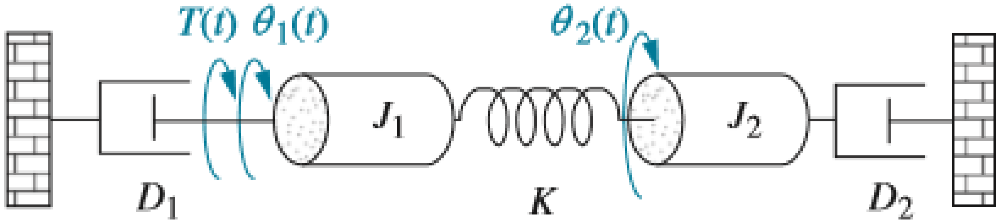
Superposição dos torques

Equacionamento: $$-K\theta_1(s) + (J_2s^2 + D_2s + K)\,\theta_2(s) = 0$$

2.6 Funções de Transferência de Sistema Mecânico em Rotação

Exemplo 2.19

Diagrama:



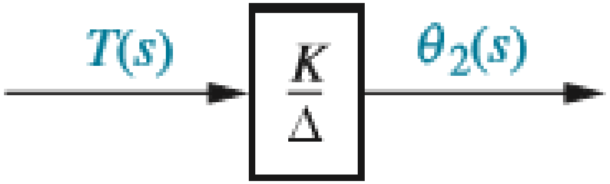
Resolvendo o Sistema:

$$\begin{cases} (J_1s^2 + D_1s + K)\,\theta_1(s) - K\theta_2(s) = T(s) \\ -K\theta_1(s) + (J_2s^2 + D_2s + K)\,\theta_2(s) = 0 \end{cases}$$

Obter a função de transferência, $\theta_2(s)/T(s)$.

Solução: (Aplicando a regra de Cramer) $$\frac{\theta_2(s)}{T(s)} = \frac{K}{\Delta}$$

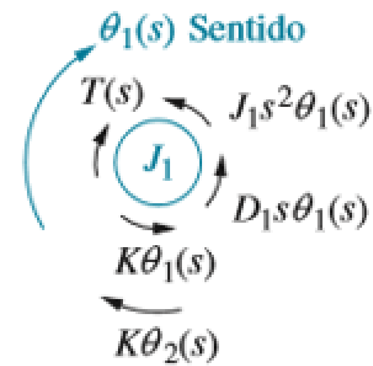
$$\Delta = \begin{vmatrix} (J_1s^2 + D_1s + K) & -K \\ -K & (J_2s^2 + D_2s + K) \end{vmatrix}$$



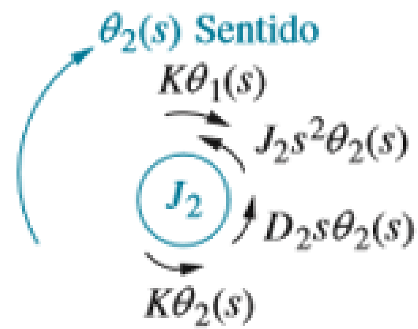
2.6 Funções de Transferência de Sistema Mecânico em Rotação

<u>Montando Sistema por inspeção:</u>

$$\begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{conectadas ao}\\ \text{movimento}\\ \text{em } \theta_1\end{bmatrix}\theta_1(s) - \begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{entre}\\ \theta_1 \text{ e } \theta_2\end{bmatrix}\theta_2(s) = \begin{bmatrix}\text{Soma dos}\\ \text{torques aplicados}\\ \text{em } \theta_1\end{bmatrix}$$



$$-\begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{entre}\\ \theta_1 \text{ e } \theta_2\end{bmatrix}\theta_1(s) + \begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{conectadas ao}\\ \text{movimento}\\ \text{em } \theta_2\end{bmatrix}\theta_2(s) = \begin{bmatrix}\text{Soma dos}\\ \text{torques aplicados}\\ \text{em } \theta_2\end{bmatrix}$$

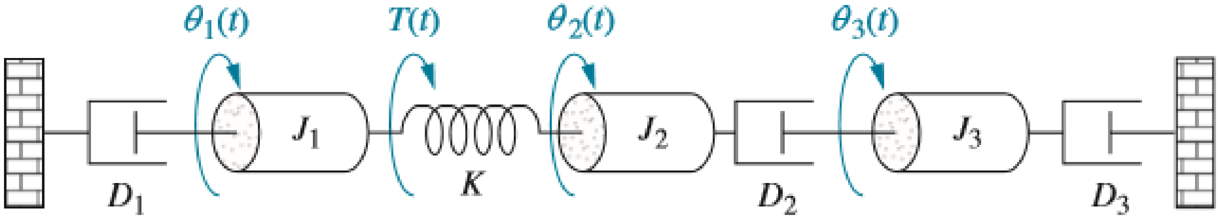


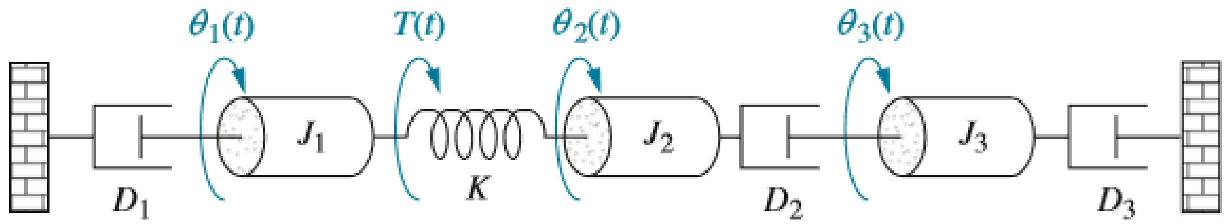
$$\begin{cases}(J_1s^2 + D_1s + K)\,\theta_1(s) - K\theta_2(s) = T(s)\\ -K\theta_1(s) + (J_2s^2 + D_2s + K)\,\theta_2(s) = 0\end{cases}$$

Exemplo 2.20

Equações de movimento por inspeção

Problema - Escrever, mas não resolver, a transformada de Laplace das equações de movimento para o sistema mostrado na Fig. 2,25.





$$\left\{\begin{array}{l}
\begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{conectadas ao}\\ \text{movimento}\\ \text{em } \theta_1\end{bmatrix}\theta_1(s) - \begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{entre}\\ \theta_1 \text{ e } \theta_2\end{bmatrix}\theta_2(s) - \begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{entre}\\ \theta_1 \text{ e } \theta_3\end{bmatrix}\theta_3(s) = \begin{bmatrix}\text{Soma dos}\\ \text{torques aplicados}\\ \text{em } \theta_1\end{bmatrix} \\[2ex]
-\begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{entre}\\ \theta_1 \text{ e } \theta_2\end{bmatrix}\theta_1(s) + \begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{conectadas ao}\\ \text{movimento}\\ \text{em } \theta_2\end{bmatrix}\theta_2(s) - \begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{entre}\\ \theta_2 \text{ e } \theta_3\end{bmatrix}\theta_3(s) = \begin{bmatrix}\text{Soma dos}\\ \text{torques aplicados}\\ \text{em } \theta_2\end{bmatrix} \\[2ex]
-\begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{entre}\\ \theta_1 \text{ e } \theta_3\end{bmatrix}\theta_1(s) - \begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{entre}\\ \theta_2 \text{ e } \theta_3\end{bmatrix}\theta_2(s) + \begin{bmatrix}\text{Soma das}\\ \text{impedâncias}\\ \text{conectadas ao}\\ \text{movimento}\\ \text{em } \theta_3\end{bmatrix}\theta_3(s) = \begin{bmatrix}\text{Soma dos}\\ \text{torques aplicados}\\ \text{em } \theta_3\end{bmatrix}
\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{llll}
(J_1 s^2 + D_1 s + K)\,\theta_1(s) & - K\theta_2(s) & - 0\,\theta_3(s) & = T(s) \\
-K\theta_1(s) & + (J_2 s^2 + D_2 s + K)\,\theta_2(s) & - D_2 s\theta_3(s) & = 0 \\
-0\,\theta_1(s) & - D_2 s\theta_2(s) & + (J_3 s^2 + D_3 s + D_2 s)\,\theta_3(s) & = 0
\end{array}\right.$$

2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

- Sistemas em rotação raramente são acionados sem engrenagens.

- Engrenagens permitem adaptar o Sistema de acionamento de carga
  - Compromisso entre velocidade e torque.

- Folgas em engrenagens (backlash)
  - Movimento angular da saída não ocorre até que um pequeno movimento angular da engrenagem ocorra.
  - Não-linearidade

Distância percorrida por cada circunferência é a mesma:

$$\boxed{r_1\theta_1 = r_2\theta_2}$$

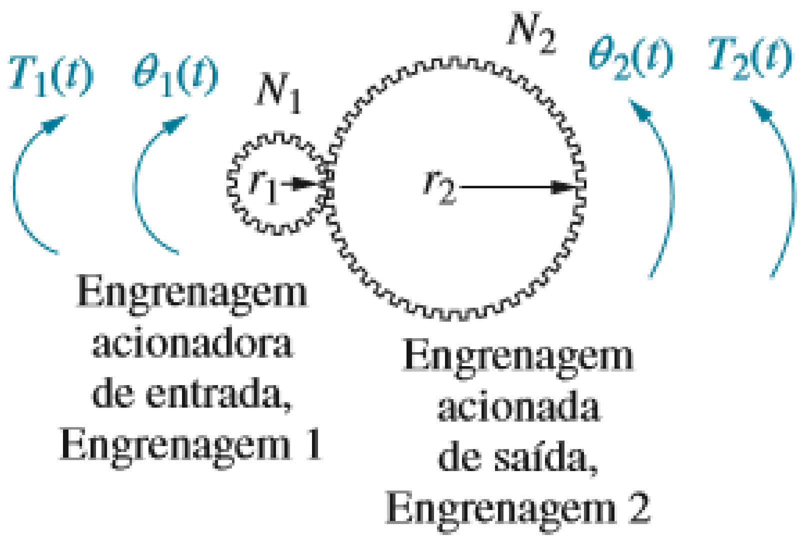
$$\boxed{\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

Relação entre os torques e deslocamentos angulares:

$$T_1\theta_1 = T_2\theta_2$$

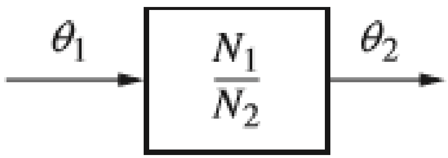
Relação entre os torques e número de dentes:

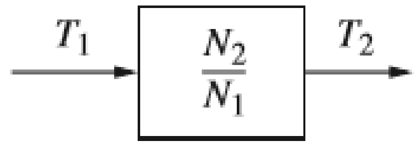
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{N_2}{N_1}$$



2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Diagrama de blocos

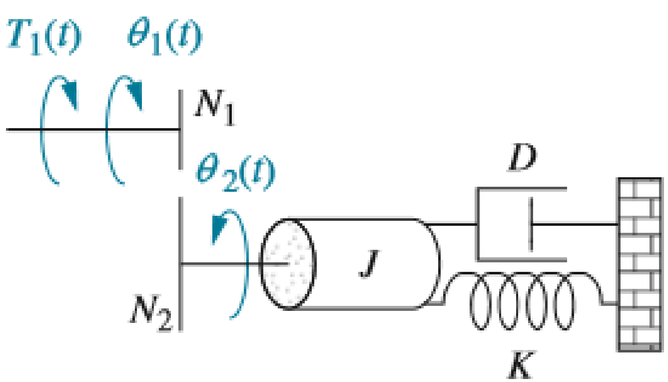




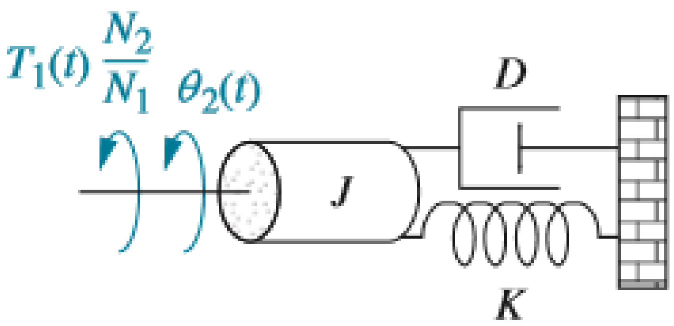
$$\boxed{\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Relação de impedâncias mecânicas



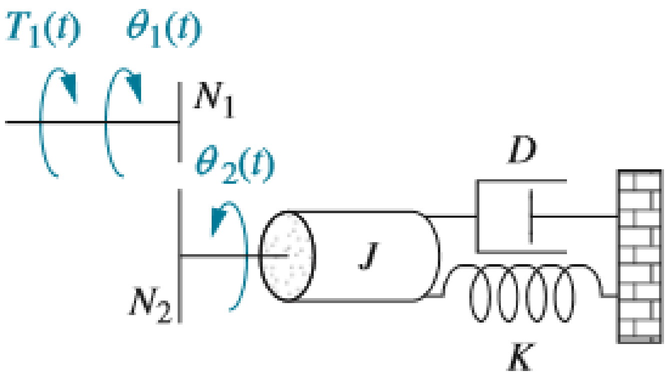
<u>Referindo T1 na saída sem a engrenagem:</u>



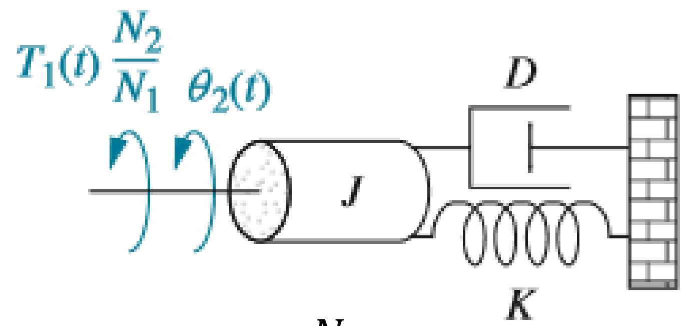
$$T_2 = T_1 \frac{N_2}{N_1}$$

2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Relação de impedâncias mecânicas



Referindo T1 na saída sem a engrenagem:



$$T_2 = T_1 \frac{N_2}{N_1}$$

$$\theta_2 = \theta_1 \frac{N_1}{N_2}$$

Equação do movimento do Sistema referido:

$$(Js^2 + Ds + K)\,\theta_2(s) = T_1(s)\frac{N_2}{N_1}$$

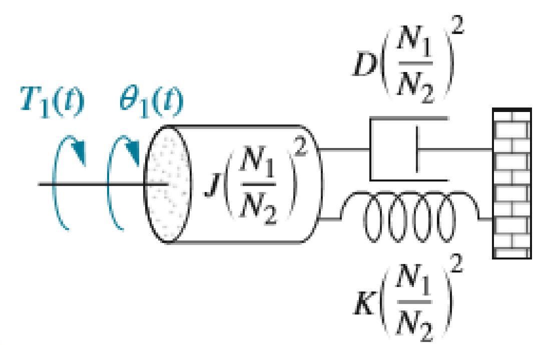
Convertendo θ_2 em θ_1 equivalente:

$$(Js^2 + Ds + K)\frac{N_1}{N_2}\theta_1(s) = T_1(s)\frac{N_2}{N_1}$$

Simplificando:

$$\left[J\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 s^2 + D\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 s + K\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\right]\theta_1(s) = T_1(s)$$

Referindo impedâncias a θ_1 sem engrenagens:

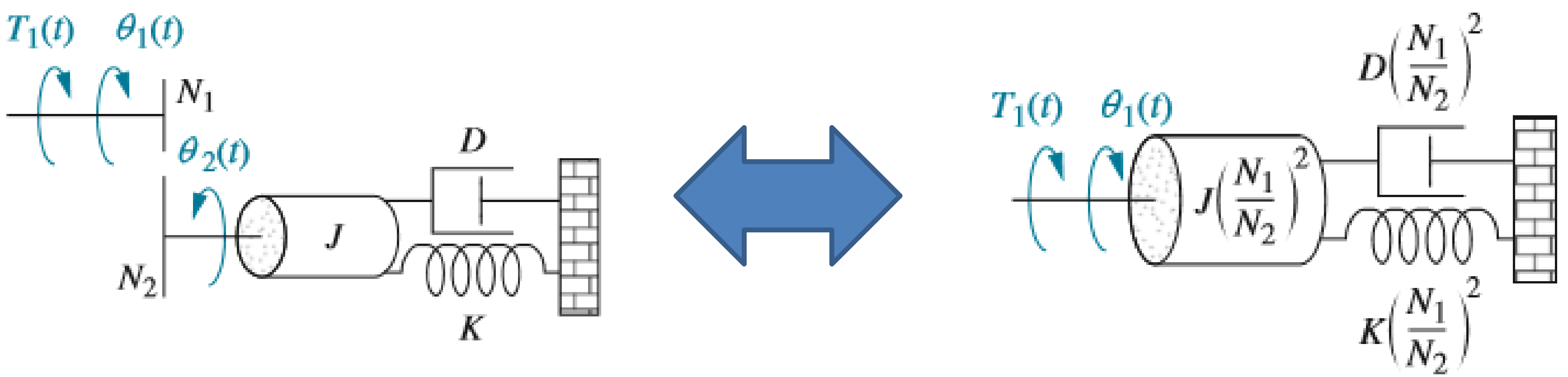


2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Generalizando resultados

As impedâncias mecânicas em rotação podem ser refletidas por meio de trens de engrenagens multiplicando-se a impedância mecânica pela relação:

$$\left(\frac{\text{Número de dentes da engrenagem do eixo de } \textit{destino}}{\text{Número de dentes da engrenagem do eixo de } \textit{origem}}\right)^2$$

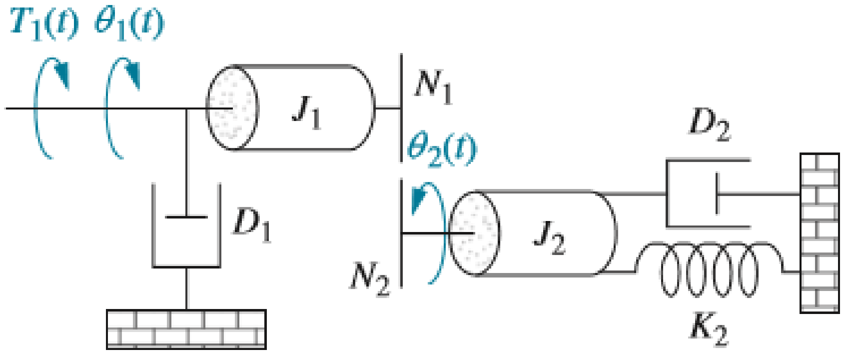


2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Exemplo 2.21

Função de transferência — sistema com engrenagens sem perdas

Obter a função de transferência $\dfrac{\theta_2(s)}{T_1(s)}$:

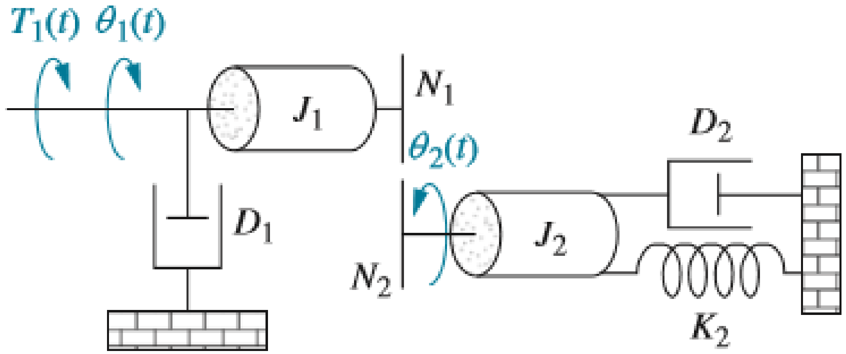


2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Exemplo 2.21

Função de transferência — sistema com engrenagens sem perdas

Obter a função de transferência $\dfrac{\theta_2(s)}{T_1(s)}$:



Refletindo J_1, D_1 e T_1 do eixo de entrada para a saída:

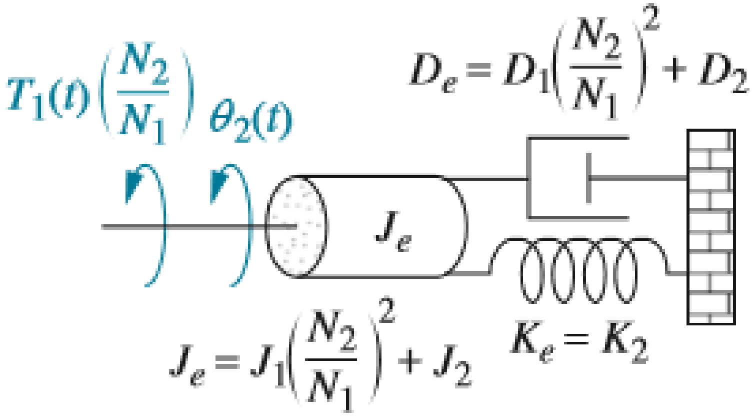
$$\boxed{T_2 = T_1 \frac{N_2}{N_1}} \qquad \boxed{Impedância_2 = Impedância_1 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2}$$

Equação do movimento:

$$(J_e s^2 + D_e s + K_e)\theta_2(s) = T_1(s)\frac{N_2}{N_1}$$

Solução:

O movimento das duas inércias não é independente pois estão ligadas por engrenagens, portanto o Sistema possui apenas uma equação



Função de transferência:

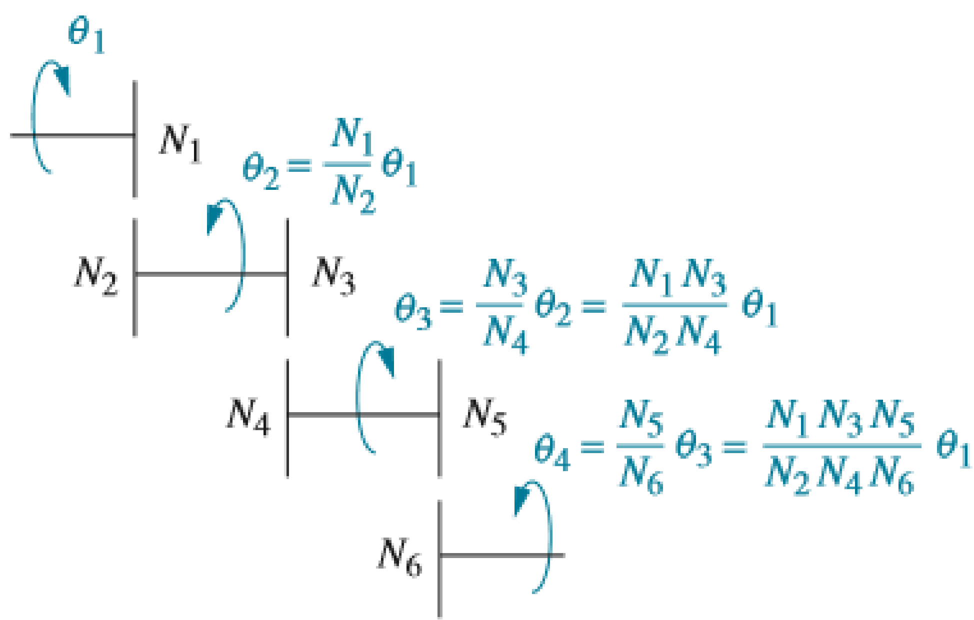
$$G(s) = \frac{\theta_2(s)}{T_1(s)} = \frac{N_2/N_1}{J_e s^2 + D_e s + K_e}$$

2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Trem de engrenagens

No sentido de eliminar engrenagens com raios muito grandes, usa-se um trem de engrenagens para implementar valores elevados de relação de transmissão, colocando em cascata relações menores

$$\theta_4 = \frac{N_1 N_3 N_5}{N_2 N_4 N_6}\theta_1$$

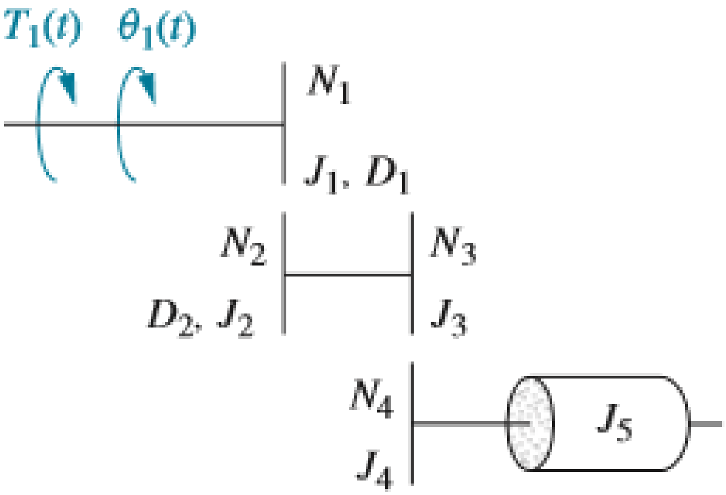


2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Exemplo 2.22 **Função de transferência — engrenagens com perdas**

Problema Obter a função de transferência, $\theta_1(s)/T_1(s)$, para o sistema da Fig. 2.32(a).

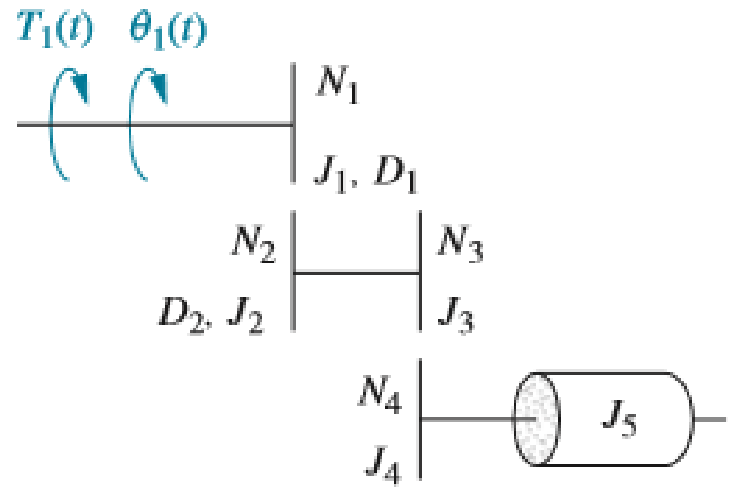
D → Amortecimento viscoso
J → Inércia



2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Exemplo 2.22 **Função de transferência — engrenagens com perdas**

Problema Obter a função de transferência, $\theta_1(s)/T_1(s)$, para o sistema da Fig. 2.32(a).



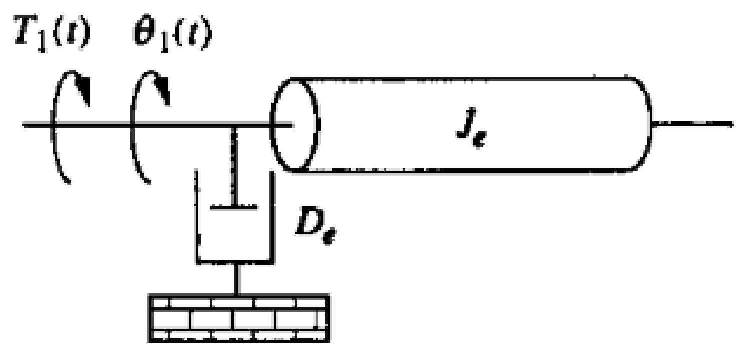
D → Amortecimento viscoso
J → Inércia

Transformações:

D_2 refletido na engrenagem 1 → $D_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$

$J_2\ e\ J_3$ refletidos na engrenagem 1 →$(J_2 + J_3)\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$

$J_4\ e\ J_5$ refletidos na engrenagem 1 →$(J_4 + J_5)\left(\frac{N_3}{N_4}\frac{N_1}{N_2}\right)^2$



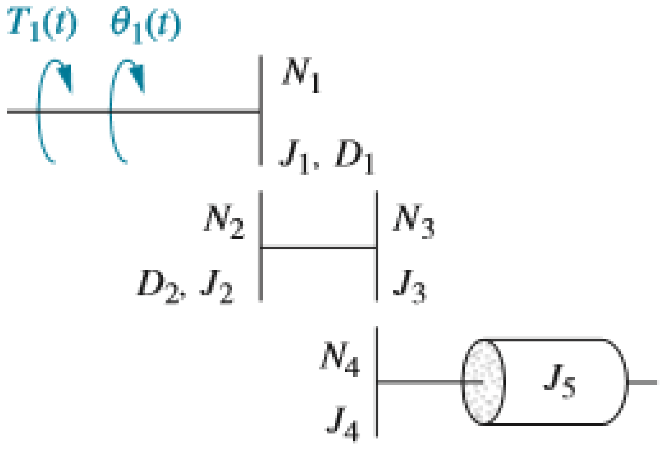
Equação do movimento:

$$(J_e s^2 + D_e s)\,\theta_1(s) = T_1(s)$$

2.7 Funções de Transferência de Sistemas com Engrenagens

Exemplo 2.22 **Função de transferência — engrenagens com perdas**

Problema Obter a função de transferência, $\theta_1(s)/T_1(s)$, para o sistema da Fig. 2.32(a).



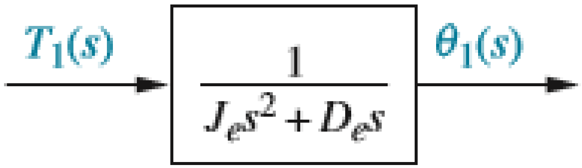
Equação do movimento:

$$(J_e s^2 + D_e s)\,\theta_1(s) = T_1(s)$$

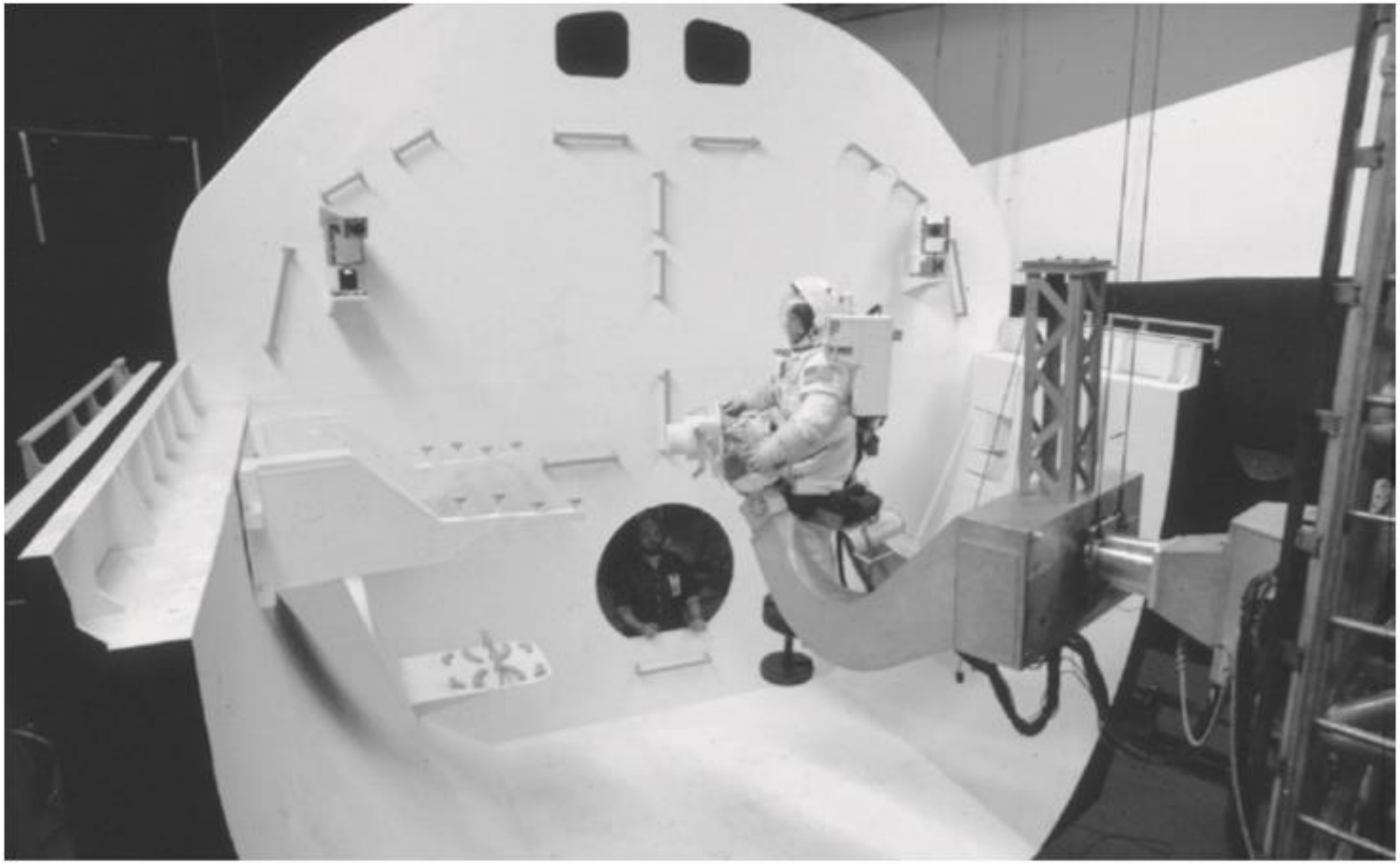
$$\begin{cases} J_e = J_1 + (J_2 + J_3)\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)^2 + (J_4 + J_5)\left(\dfrac{N_1 N_3}{N_2 N_4}\right)^2 \\ D_e = D_1 + D_2\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)^2 \end{cases}$$

Função de transferência:

$$G(s) = \frac{\theta_1(s)}{T_1(s)} = \frac{1}{J_e s^2 + D_e s}$$



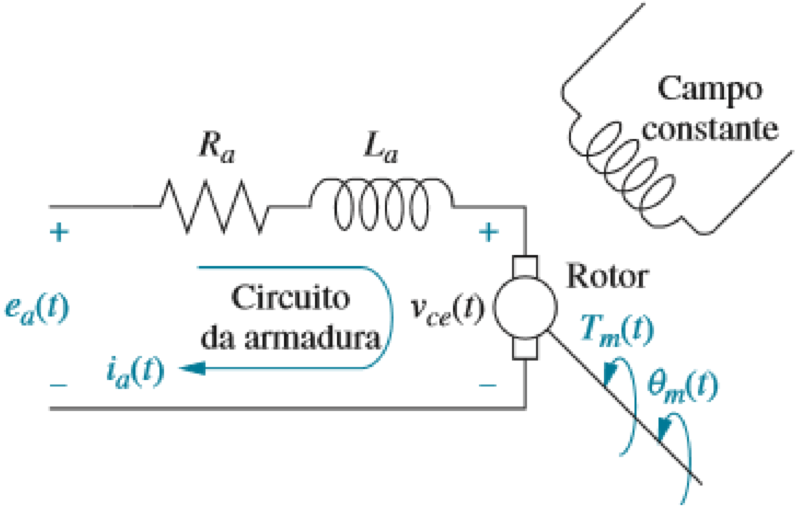
2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico



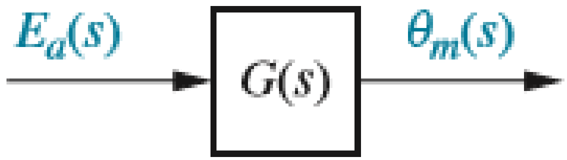
2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Controle de servomotor de corrente contínua controlado pela armadura

- Tensão de entrada produz um deslocamento na saída.



Entrada elétrica → Saída mecânica



Tensão na armadura (v_b força contra-eletromotriz) é proporcional a sua velocidade

força contra-eletromotriz (fcem)

Deslocamento angular do motor

$$v_b(t) = K_b \frac{d\theta_m(t)}{dt}$$

Derivada →Velocidade angular do motor

Constante fcem

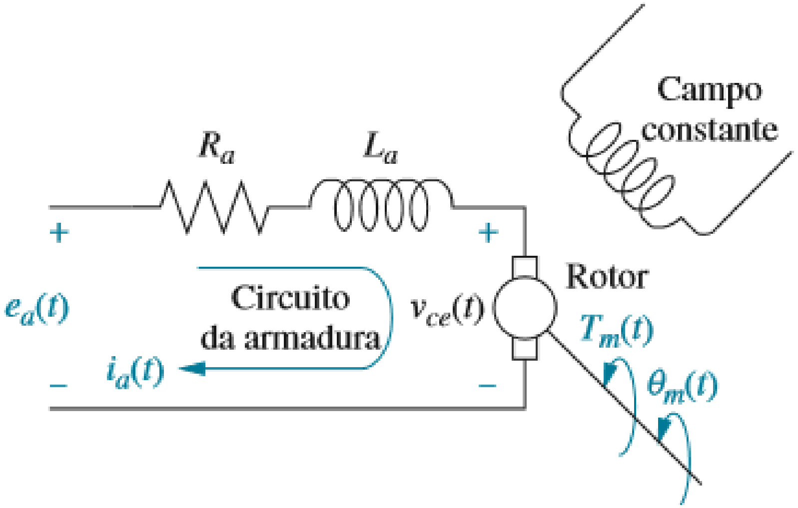
2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Controle de servomotor de corrente contínua controlado pela armadura

$$v_b(t) = K_b \frac{d\theta_m(t)}{dt}$$

Aplicando a transformada de Laplace

$$V_b(s) = K_b s\theta_m(s)$$



Equação de malha do circuito:

$$R_a I_a(s) + L_a s I_a(s) + V_b(s) = E_a(s)$$

Torque produzido pelo motor → proporcional à corrente de armadura:

$$T_m(s) = K_t I_a(s)$$

Constante de torque do motor

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Controle de servomotor de corrente contínua controlado pela armadura

Gerando a **equação de transferência do motor**

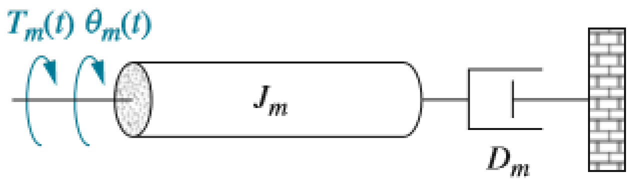
$$R_aI_a(s) + L_asI_a(s) + V_b(s) = E_a(s)$$

$$T_m(s) = K_tI_a(s)$$

$$\frac{(R_a + L_as)T_m(s)}{K_t} + K_bs\theta_m(s) = E_a(s)$$

É preciso escrever $T_m(s)$ em termos de $\theta_m(s)$ para separar entrada e saída e formar $\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)}$.

Analisando o carregamento típico de um motor



$$T_m(s) = (J_ms^2 + D_ms)\,\theta_m(s)$$

J_m: inércia da armadura + carga refletida na armadura
D_m: amortecimento viscoso equivalente da armadura + amortecimento da carga refletida na armadura

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Gerando a **equação de transferência do motor**

$$\left.\begin{aligned}&\frac{(R_a + L_a s)T_m(s)}{K_t} + K_b s\theta_m(s) = E_a(s)\\&T_m(s) = (J_m s^2 + D_m s)\,\theta_m(s)\end{aligned}\right\}$$

$$\frac{(R_a + \cancel{L_a s})(J_m s^2 + D_m s)\,\theta_m(s)}{K_t} + K_b s\theta_m(s) = E_a(s)$$

- Admitindo que L_a é muito menor que R_a
- Colocando em evidência $s\theta_m(s)$

$$\left[\frac{R_a}{K_t}(J_m s + D_m) + K_b\right]s\theta_m(s) = E_a(s)$$

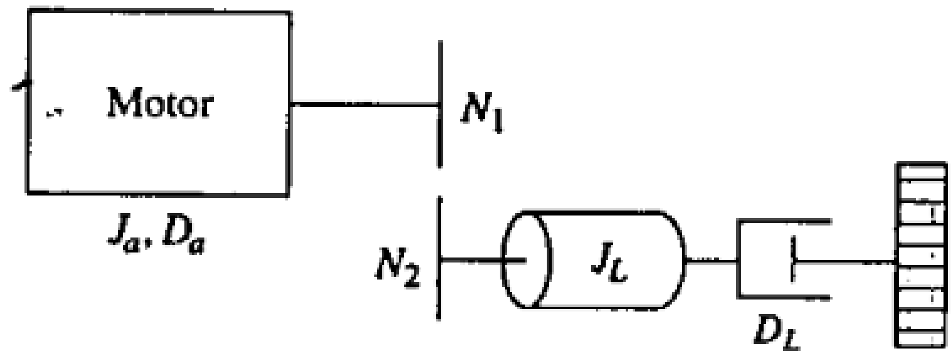
Equação de transferência do sistema:

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/(R_a J_m)}{s\left[s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)\right]}$$

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s(s + \alpha)}$$

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Equação de transferência do sistema:



$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/(R_a J_m)}{s\left[s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)\right]}$$

Constantes mecânicas:

- Inércia do motor J_a
- Amortecimento do motor D_a

- Engrenagens ideais

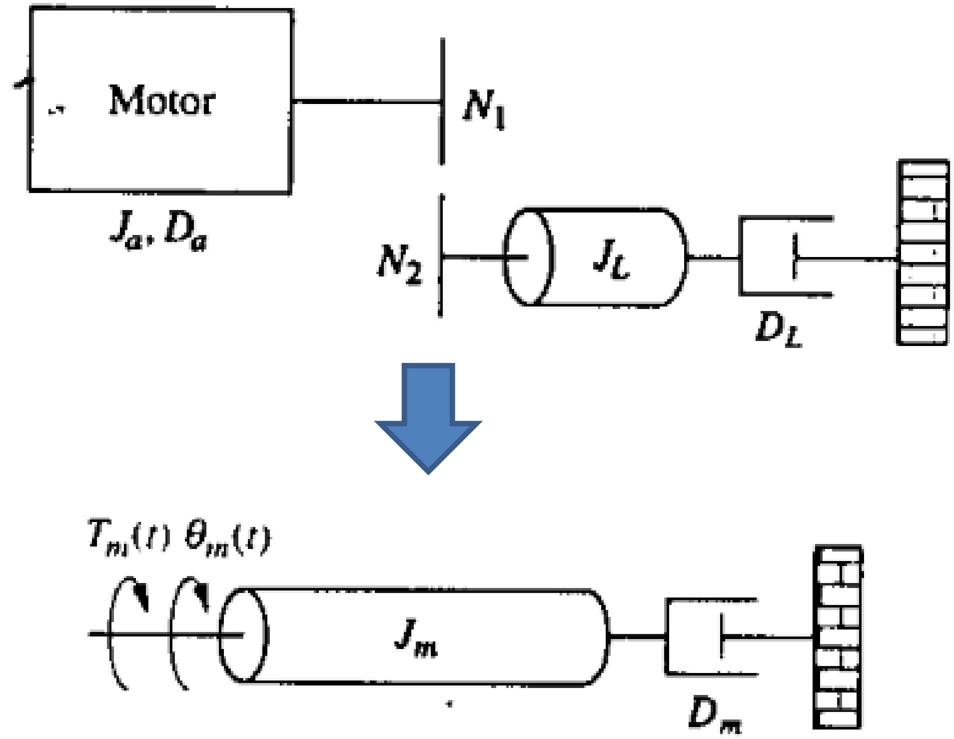
- Inércia da carga J_L
- Amortecimento da carga D_L

Refletir para o outro lado da engrenagem

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Equação de transferência do sistema:

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/(R_a J_m)}{s\left[s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)\right]}$$



Constantes mecânicas:

$$\begin{cases} J_m = J_a + J_L\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)^2 \\ D_m = D_a + D_L\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)^2 \end{cases}$$

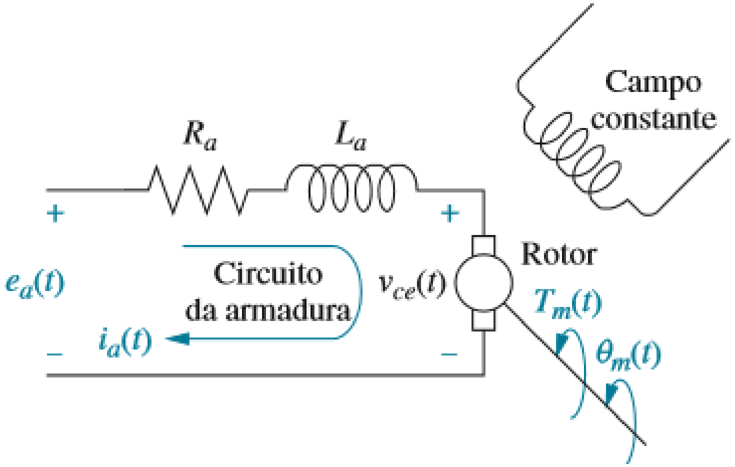
   

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Cálculo das constantes elétricas:

$$R_a I_a(s) + \cancel{L_a s I_a(s)} + V_b(s) = E_a(s)$$

$$I_a(s) = \frac{1}{K_t} T_m(s) \qquad V_b(s) = K_b s \theta_m(s)$$



Resulta em:

$$\frac{R_a}{K_t} T_m(s) + K_b s \theta_m(s) = E_a(s)$$

(Aplicando inversa de Laplace)

$$\frac{R_a}{K_t} T_m(t) + K_b \omega_m(t) = e_a(t)$$

Considerando trabalho em regime estacionário

→ Desprezando a variável tempo

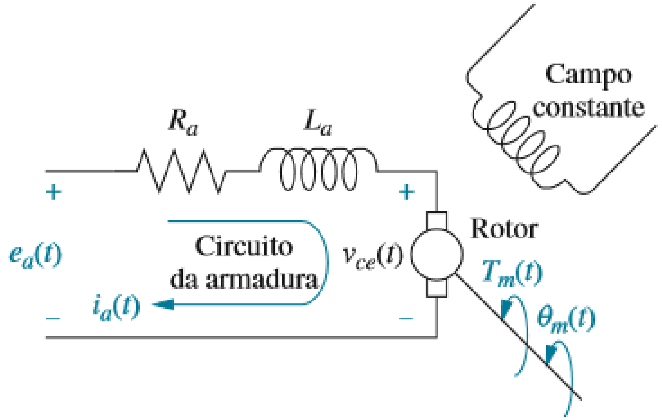
$$\frac{R_a}{K_t} T_m + K_b \omega_m = e_a$$

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

$$\frac{R_a}{K_t}T_m(t) + K_b\omega_m(t) = e_a(t)$$

Considerando trabalho em regime estacionário
→ Desprezando a variável tempo

$$\frac{R_a}{K_t}T_m + K_b\omega_m = e_a$$

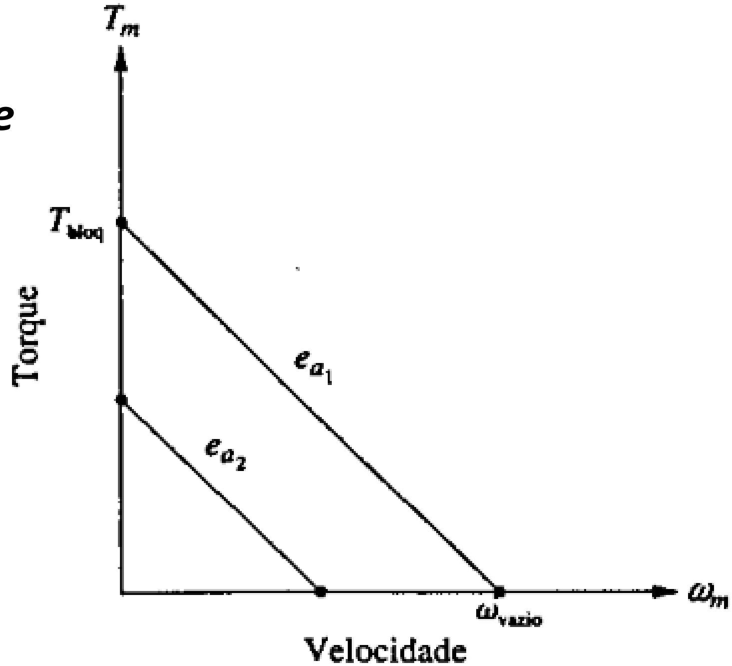


Teste do motor em dinamômetro (tensão constante)

Isolando o torque em função da velocidade angular:

$$T_m = -\frac{K_bK_t}{R_a}\omega_m + \frac{K_t}{R_a}e_a$$

Curva torque-velocidade



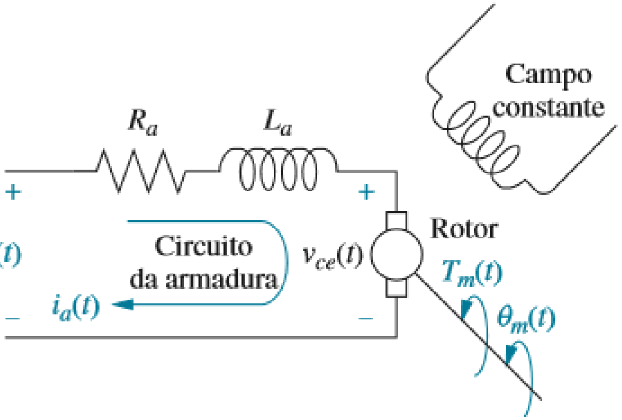
Rotor bloqueado

$$T_{bloq} = \frac{K_t}{R_a}e_a$$

Velocidade sem carga

$$\omega_{vazio} = \frac{e_a}{K_b}$$

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico



Rotor bloqueado

$$T_{\text{bloq}} = \frac{K_t}{R_a} e_a$$

Constantes elétricas:

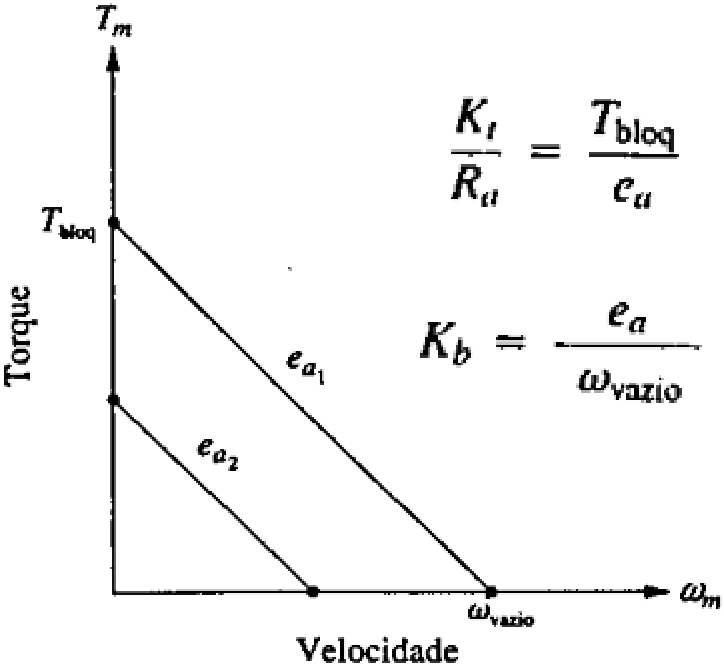
$$\frac{K_t}{R_a} = \frac{T_{\text{bloq}}}{e_a}$$

Velocidade sem carga

$$\omega_{\text{vazio}} = \frac{e_a}{K_b}$$

$$K_b = \frac{e_a}{\omega_{\text{vazio}}}$$

Teste do motor em dinamômetro (tensão constante)



$$\frac{K_t}{R_a} = \frac{T_{\text{bloq}}}{e_a}$$

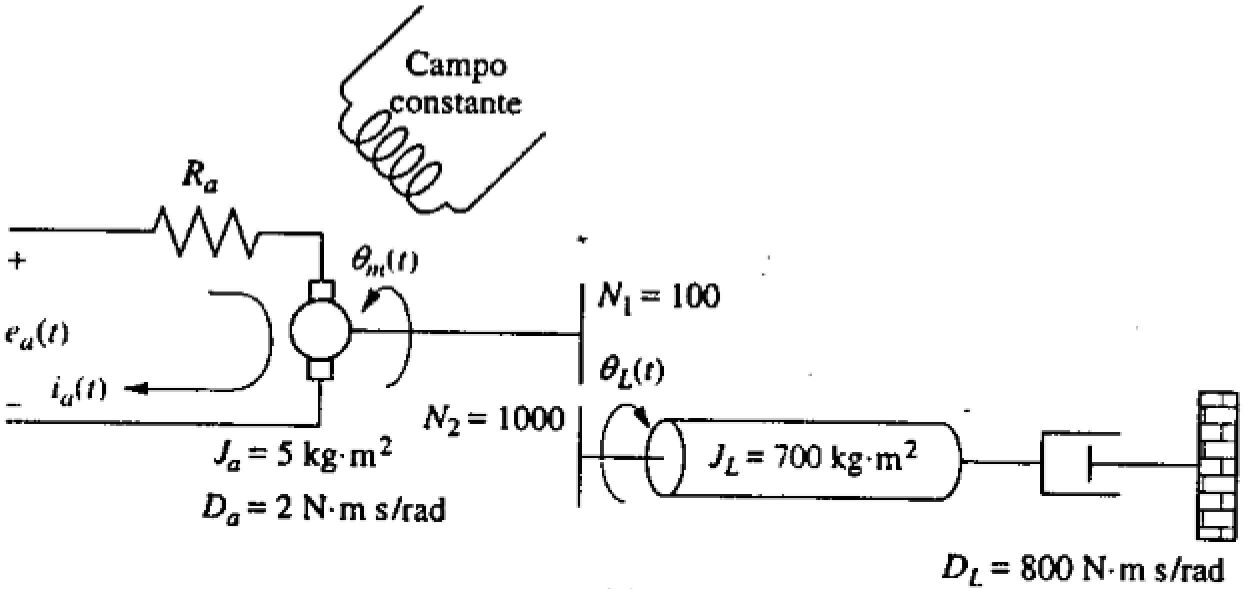
$$K_b = \frac{e_a}{\omega_{\text{vazio}}}$$

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/(R_a J_m)}{s\left[s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)\right]}$$

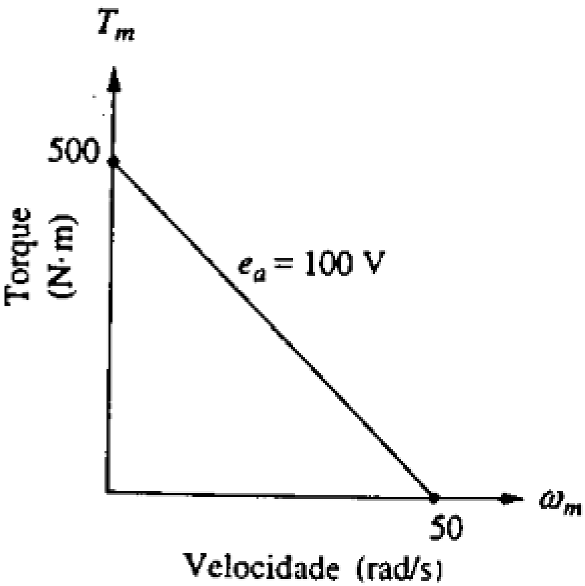
2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Exemplo 2.23 **Função de transferência — motor CC e carga**

Problema Dado o sistema e a curva torque-velocidade das Figs. 2.39(a) e (b), obter a função de transferência, $\theta_L(s)/E_a(s)$.



(a)



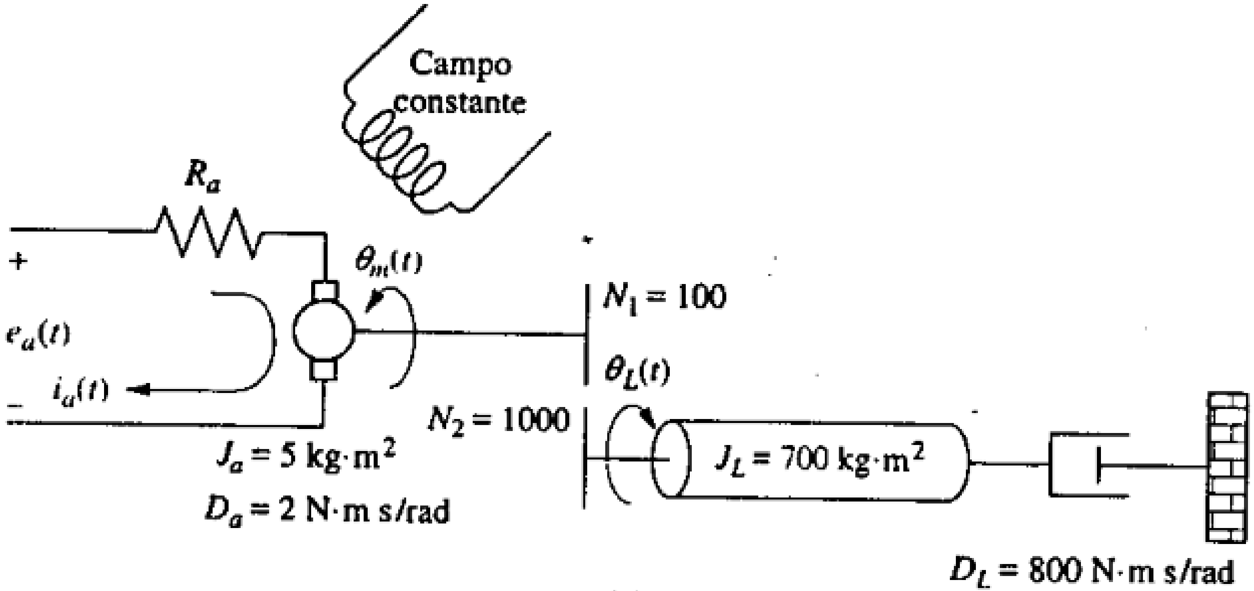
(b)

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/(R_a J_m)}{s\left[s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)\right]}$$

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Exemplo 2.23 **Função de transferência — motor CC e carga**

Problema Dado o sistema e a curva torque-velocidade das Figs. 2.39(a) e (b), obter a função de transferência, $\theta_L(s)/E_a(s)$.



(a)

constantes mecânicas

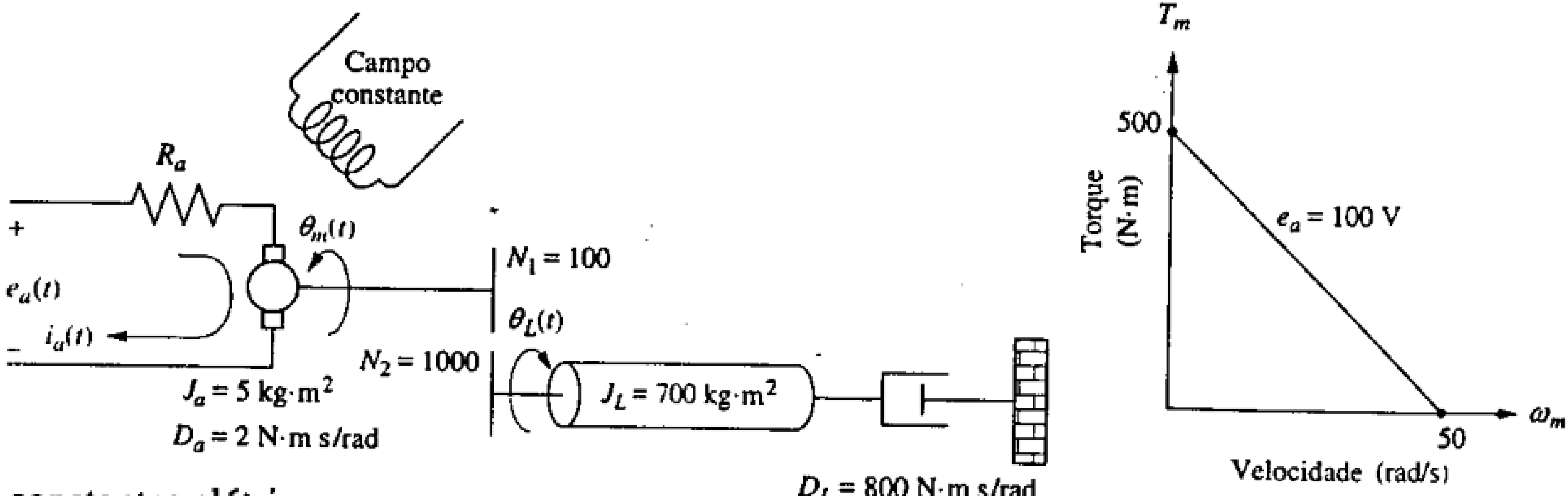
$$J_m = J_a + J_L\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = 5 + 700\left(\frac{1}{10}\right)^2 = 12$$

$$D_m = D_a + D_L\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = 2 + 800\left(\frac{1}{10}\right)^2 = 10$$

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Exemplo 2.23 **Função de transferência — motor CC e carga**

Problema Dado o sistema e a curva torque-velocidade das Figs. 2.39(*a*) e (*b*), obter a função de transferência, $\theta_L(s)/E_a(s)$.



constantes elétricas

(*a*)

(*b*)

$$T_{\text{bloq}} = 500$$

$$\omega_{\text{vazio}} = 50$$

$$e_a = 100$$

$$\frac{K_t}{R_a} = \frac{T_{\text{bloq}}}{e_a} = \frac{500}{100} = 5$$

$$K_b = \frac{e_a}{\omega_{\text{vazio}}} = \frac{100}{50} = 2$$

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Exemplo 2.23 **Função de transferência — motor CC e carga**

Problema Dado o sistema e a curva torque-velocidade das Figs. 2.39(*a*) e (*b*), obter a função de transferência, $\theta_L(s)/E_a(s)$.

constantes mecânicas

$$J_m = J_a + J_L\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = 5 + 700\left(\frac{1}{10}\right)^2 = 12$$

$$D_m = D_a + D_L\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = 2 + 800\left(\frac{1}{10}\right)^2 = 10$$

constantes elétricas

$$\frac{K_t}{R_a} = \frac{T_{\text{bloq}}}{e_a} = \frac{500}{100} = 5$$

$$K_b = \frac{e_a}{\omega_{\text{vazio}}} = \frac{100}{50} = 2$$

Equação de transferência

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/(R_aJ_m)}{s\left[s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_tK_b}{R_a}\right)\right]} = \frac{5/12}{s\left\{s + \frac{1}{12}\left[10 + (5)(2)\right]\right\}} = \frac{0{,}417}{s(s + 1{,}667)}$$

2.8 Funções de Transferência de Sistema Eletromecânico

Exemplo 2.23 **Função de transferência — motor CC e carga**

Problema Dado o sistema e a curva torque-velocidade das Figs. 2.39(*a*) e (*b*), obter a função de transferência, $\theta_L(s)/E_a(s)$.

Equação de transferência

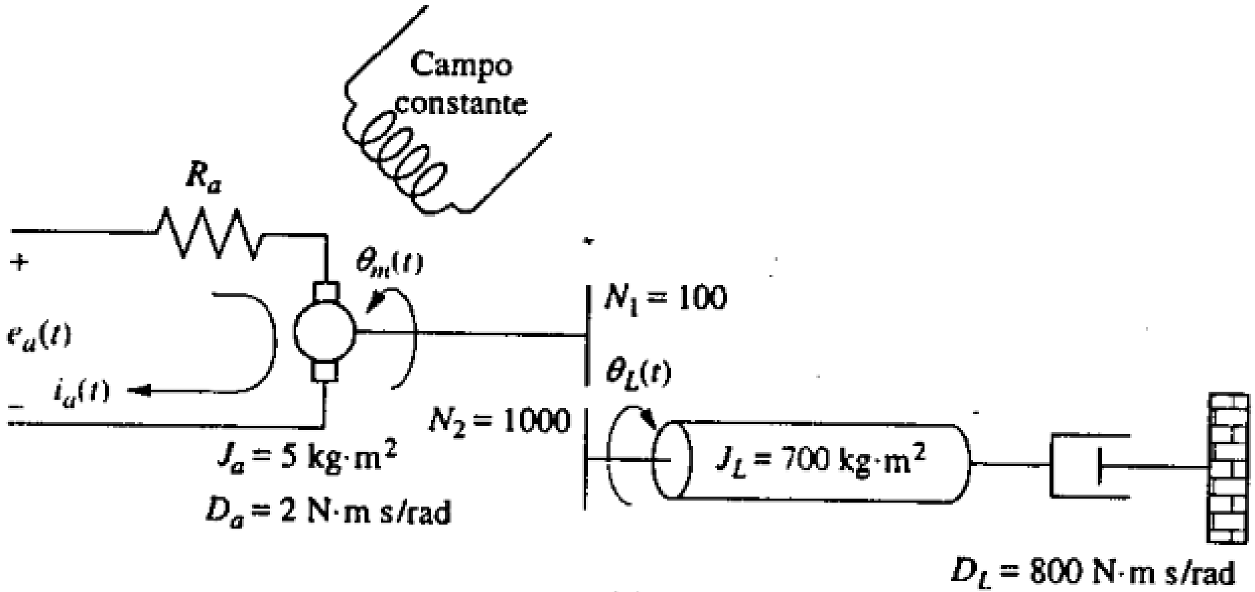
$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/(R_a J_m)}{s\left[s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)\right]} = \frac{0{,}417}{s(s+1{,}667)}$$

Relação de engrenagens

$$N_1/N_2 = 1/10$$

$$\theta_L(s)/E_a(s)$$

$$\frac{\theta_L(s)}{E_a(s)} = \frac{0{,}0417}{s(s+1{,}667)}$$



(*a*)